



# BAB 5 JANJANG

MATEMATIK TAMBAHAN TINGKATAN 4 KSSM  
OLEH CIKGU NORAZILA KHALID  
SMK ULU TIRAM, JOHOR



# JANJANG ARITMETIK

$$d = T_2 - T_1 = T_3 - T_2 = \dots = T_n - T_{n-1}$$

$$d \neq T_1 - T_2 \neq T_2 - T_3 \neq \dots \neq T_{n-1} - T_n$$

## MENGENAL PASTI JANJANG ARITMETIK

- **Janjang aritmetik** ialah suatu jujukan nombor dengan setiap sebutan diperolehi dengan menambahkan satu pemalar kepada sebutan sebelumnya.

### Contoh 1

Tentukan sama ada jujukan yang berikut ialah jangjang aritmetik atau bukan.  
Beri justifikasi anda.

(a) 358, 350, 342, ...

(b)  $\frac{2}{3}, 2, \frac{10}{3}, 5, \dots$

### Penyelesaian

(a)  $d_1 = 350 - 358 = -8$

$d_2 = 342 - 350 = -8$

Jujukan ini ialah jangjang aritmetik kerana  $d_1 = d_2 = -8$ .

(b)  $d_1 = 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$

$d_2 = \frac{10}{3} - 2 = \frac{4}{3}$

$d_3 = 5 - \frac{10}{3} = \frac{5}{3}$

Jujukan ini bukan jangjang aritmetik kerana  $d_1 = d_2 \neq d_3$ .

## Contoh 2

Sebuah auditorium mempunyai 15 buah kerusi pada baris pertama, 19 buah kerusi pada baris kedua, 23 buah kerusi pada baris ketiga dan seterusnya. Tentukan sama ada susunan kerusi pada setiap baris mengikut jangjang aritmetik atau bukan. Beri justifikasi anda.



## Penyelesaian

Jujukan: 15, 19, 23, ...

$$d_1 = 19 - 15 = 4$$

$$d_2 = 23 - 19 = 4$$

Oleh sebab beza sepunya jangjang ini adalah sama, iaitu 4, maka susunan kerusi pada setiap baris di dalam auditorium tersebut mengikut jangjang aritmetik.

### Latih Diri 5.1

1. Cari beza sepunya bagi setiap janjang aritmetik berikut dan nyatakan cara janjang aritmetik itu diperoleh.

(a)  $-35, -21, -7, \dots$

(b)  $2\sqrt{3}, 5\sqrt{3}, 8\sqrt{3}, \dots$

(c)  $p + q, 2p, 3p - q, \dots$

(d)  $\log_a 2, \log_a 2^4, \log_a 2^7, \dots$

2. Tentukan sama ada setiap jujukan berikut ialah janjang aritmetik atau bukan dan beri justifikasi.

(a)  $9, 13, 17, 21, \dots$

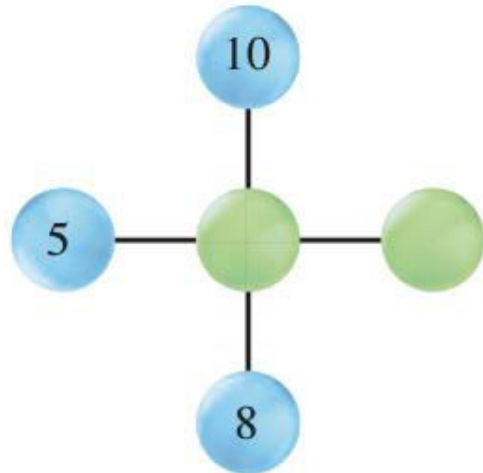
(b)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}, \dots$

(c)  $0.1, 0.01, 0.001, \dots$

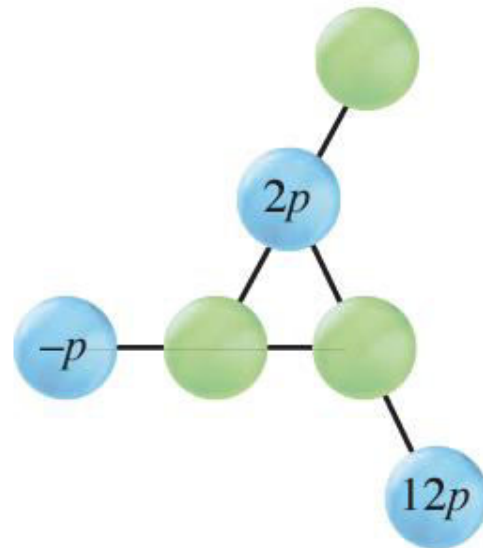
(d)  $5 - x, 5, 5 + x, \dots$

3. Lengkapkan jaringan nombor yang berikut, diberi hubungan bagi setiap jaringan ialah sebutan berturutan dalam janjang aritmetik.

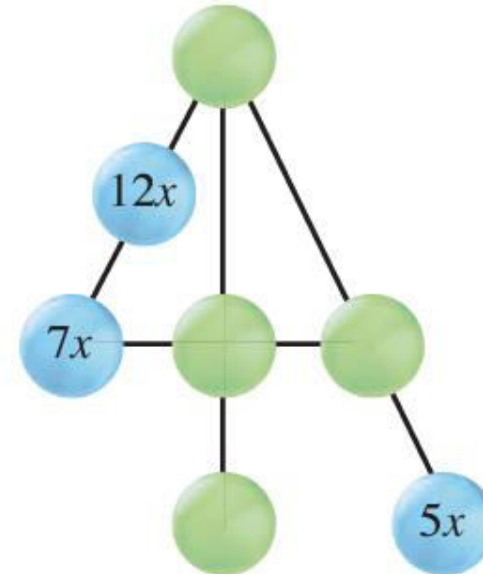
(a)



(b)



(c)



4. Azrul dan Jonathan ditugaskan untuk meletakkan bendera Malaysia di sepanjang laluan pejalan kaki di sekolahnya bermula dari kantin sekolah ke bilik guru. Jarak bendera pertama dari bendera kedua ialah 5 m. Bendera yang ketiga terletak 10 m dari bendera pertama dan pola susunan ini diteruskan sehingga bendera yang terakhir. Tentukan sama ada susunan bendera-bendera itu mengikut janjang aritmetik atau tidak. Beri justifikasi bagi jawapan anda.

MENERBITKAN RUMUS SEBUTAN KE-N,  
TN BAGI JANJANG ARITMETIK

$$T_n = a + (n - 1)d$$

### Contoh 3

- (a) Cari sebutan ke-15 bagi janjang aritmetik  $-4, 2, 8, \dots$
- (b) Cari sebutan ke-24 bagi janjang aritmetik  $-6, 5, 16, \dots$

### Penyelesaian

- (a) Sebutan pertama,  $a = -4$   
Beza sepunya,  $d = 2 - (-4) = 6$   
Sebutan ke-15,  $T_{15} = -4 + (15 - 1)6$   
 $= 80$
- (b) Sebutan pertama,  $a = -6$   
Beza sepunya,  $d = 5 - (-6) = 11$   
Sebutan ke-24,  $T_{24} = -6 + (24 - 1)11$   
 $= 247$

### Contoh 4

Diberi suatu jangjang aritmetik dengan sebutan pertama ialah  $-6$ , beza sepunya ialah  $11$  dan sebutan ke- $n$  ialah  $126$ , cari nilai  $n$ .

### Penyelesaian

$$a = -6, d = 11, T_n = 126$$

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$126 = -6 + (n - 1)(11)$$

$$126 = 11n - 17$$

$$n = 13$$

### Contoh 5

Dalam satu pameran buku, Siti ingin menyusun buku-buku di bahagian hadapan ruang pameran. Dia menyusun buku-buku itu secara meninggi dengan tebal buku pertama yang berada di bahagian paling bawah ialah 2 cm. Setiap buku yang seterusnya mempunyai ketebalan yang sama, iaitu 1.5 cm. Cari

- (a) jumlah ketebalan buku itu apabila Siti menyusun 16 buah buku.
- (b) bilangan buku yang telah disusun apabila tinggi susunan buku ialah 30.5 cm.



## Penyelesaian

(a) Jujukan jumlah ketebalan buku: 2, 3.5, 5, 6.5, ...

$$a = 2, d = 1.5$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah ketebalan buku pada kedudukan ke-16} &= 2 + (16 - 1)(1.5) \\ &= 24.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

Maka, jumlah ketebalan susunan buku apabila Siti menyusun 16 buah buku ialah 24.5 cm.

(b)  $T_n = 30.5$

$$30.5 = 2 + (n - 1)(1.5)$$

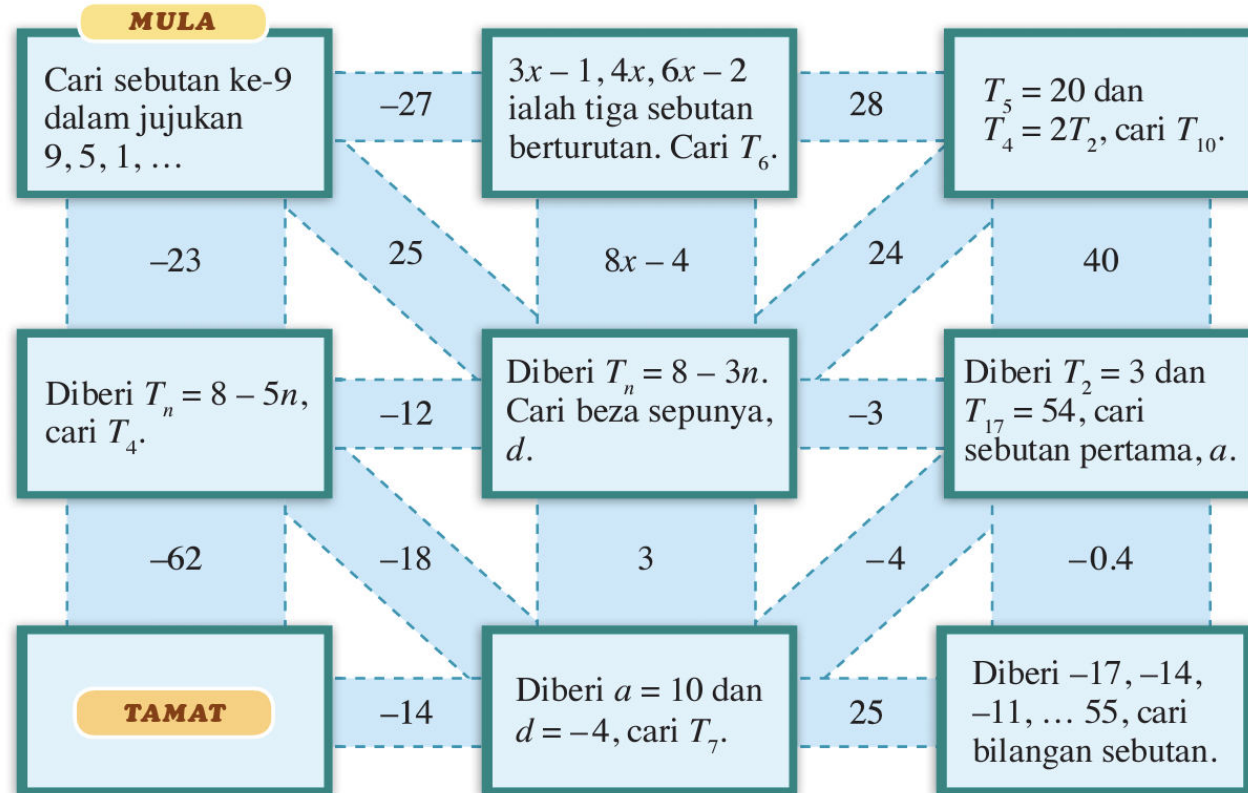
$$n - 1 = 19$$

$$n = 20$$

Maka, bilangan buku yang telah disusun ialah 20 buah.

## Latih Diri 5.2

1. Cari jalan hingga ke petak TAMAT dengan memilih jawapan yang betul.



2. Encik Muiz mula bekerja di sebuah syarikat pada satu bulan tertentu. Gaji tahunan yang ditawarkan pada tahun pertama ialah RM36 000 dan kenaikan gaji untuk tahun seterusnya ialah RM1 000. Hitung
- (a) bilangan tahun Encik Muiz perlu bekerja supaya dia memperoleh dua kali ganda gaji tahun pertama.
  - (b) kenaikan gaji tahunannya jika gajinya pada tahun ke-6 ialah RM43 500.



$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$$

$$S_n = \frac{n}{2} [a + T_n] \quad \text{atau} \quad S_n = \frac{n}{2} [a + l]$$

Sebutan ke- $n$  bagi suatu jangjang aritmetik boleh diperoleh menggunakan rumus hasil tambah  $n$  sebutan pertama,  $S_n$ . Misalnya, untuk mencari nilai sebutan ke-10 dalam suatu jangjang aritmetik, hasil tambah sepuluh sebutan pertama perlu ditolak dengan hasil tambah sembilan sebutan pertama, iaitu  $T_{10} = S_{10} - S_9$ . Secara amnya:

$$T_n = S_n - S_{n-1}$$

**MENERBITKAN RUMUS HASIL TAMBAH N SEBUTAN  
PERTAMA,  $S_n$  BAGI JANJANG ARITMETIK**

### Contoh 6

Diberi suatu jangjang aritmetik 4, 7, 10, ..., cari

(a) hasil tambah 35 sebutan pertama,

(b) hasil tambah  $n$  sebutan pertama.

### Penyelesaian

(a) Sebutan pertama,  $a = 4$

Beza sepunya,  $d = 7 - 4 = 3$

$$S_{35} = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_{35}$$

$$S_{35} = \frac{35}{2} [2(4) + (35 - 1)(3)]$$

$$= 1\,925$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } S_n &= \frac{n}{2} [2(4) + (n - 1)(3)] \\ &= \frac{n}{2} [5 + 3n] \end{aligned}$$

### Contoh 7

Hasil tambah sepuluh sebutan pertama bagi suatu jangjang aritmetik ialah 230 dan hasil tambah sepuluh sebutan yang berikutnya ialah 630. Cari sebutan pertama,  $a$  dan beza sepunya,  $d$  bagi jangjang aritmetik ini.

### Penyelesaian

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2a + (10 - 1)d]$$

$$230 = 5(2a + 9d)$$

$$46 = 2a + 9d \quad \dots \textcircled{1}$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2a + (20 - 1)d]$$

$$230 + 630 = 10(2a + 19d)$$

$$860 = 10(2a + 19d)$$

$$86 = 2a + 19d \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}: 40 = 10d$$

$$d = 4$$

Gantikan  $d = 4$  ke dalam  $\textcircled{1}$ ,

$$46 = 2a + 9(4)$$

$$2a = 10$$

$$a = 5$$

Maka, sebutan pertama,  $a$  ialah 5 dan beza sepunya,  $d$  ialah 4.



## Contoh 8

Sekumpulan lebah mula membuat satu sarang lebah yang baharu. 2 lubang heksagon dibuat pada hari pertama, 5 lubang heksagon pada hari kedua, 8 lubang heksagon pada hari ketiga dan seterusnya sehingga sarang lebah itu siap sepenuhnya.

Hitung

- (a) jumlah lubang heksagon pada hari ke-12,
- (b) bilangan minimum hari jika lebih daripada 1 000 lubang heksagon telah dibuat.

## Penyelesaian

(a) Jujukan bilangan lubang heksagon: 2, 5, 8, ...

Jujukan ini ialah suatu jangjang aritmetik.

Sebutan pertama,  $a = 2$

Beza sepunya,  $d = 5 - 2 = 3$

Jumlah lubang heksagon pada hari ke-12,

$$\begin{aligned} S_{12} &= \frac{12}{2} [2(2) + (12 - 1)(3)] \\ &= 222 \end{aligned}$$

(b) Jumlah hari,  $S_n = T_1 + T_2 + T_3 + \dots + T_n$

$$S_n > 1\,000$$

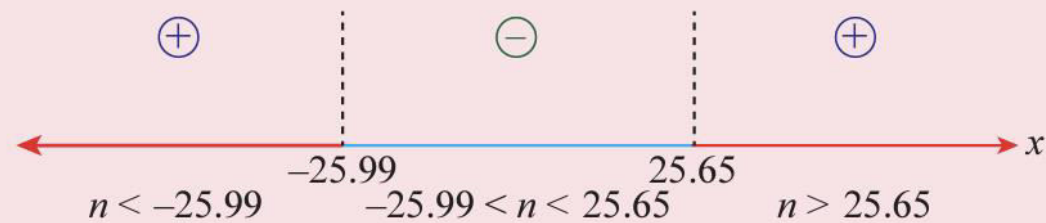
$$\frac{n}{2} [2a + (n-1)d] > 1\,000$$

$$\frac{n}{2} [2(2) + (n-1)(3)] > 1\,000$$

$$n[1 + 3n] > 2\,000$$

$$3n^2 + n > 2\,000$$

$$3n^2 + n - 2\,000 > 0$$



$$n > \frac{153.92}{6} \quad \text{atau} \quad n < -\frac{155.92}{6}$$

$$n > 25.65 \quad < -25.99 \text{ (Abaikan)}$$

Maka, bilangan minimum hari untuk membuat lebih daripada 1 000 lubang heksagon ialah 26 hari.

**ANSWER**

### Latih Diri 5.3

1. Cari hasil tambah bagi jangjang aritmetik yang berikut.

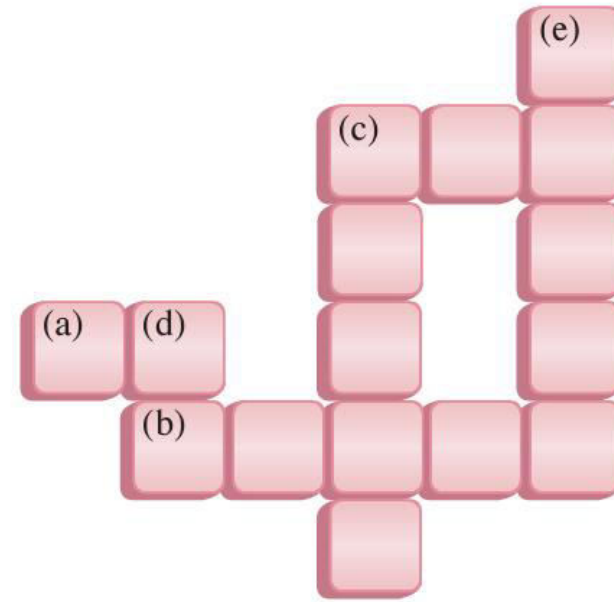
(a)  $-20, -15, -10, \dots, 100$

(b)  $\frac{3}{5}, \frac{6}{5}, \frac{9}{5}, \dots$  kepada 23 sebutan yang pertama.



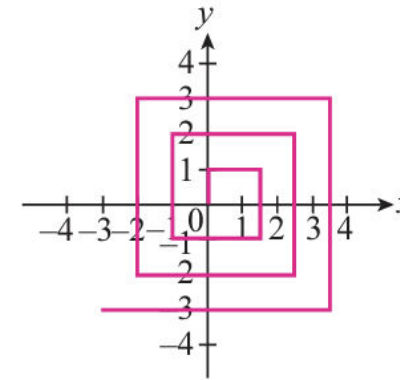
**Melintang:**

- (a) Cari hasil tambah siri aritmetik  $38 + 34 + 30 + \dots$  sehingga 18 sebutan pertama.
- (b) Cari hasil tambah bagi 100 sebutan pertama suatu jangjang aritmetik dengan sebutan pertama  $-10$  dan beza sepunya  $6$ .
- (c) Cari sebutan pertama jangjang aritmetik dengan hasil tambah  $42$  sebutan pertama ialah  $5\ 838$  dan sebutan terakhir ialah  $-22$ .

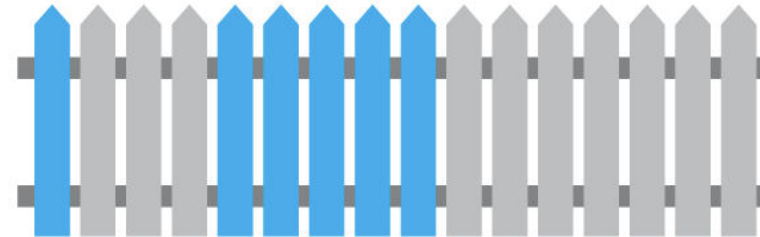
**Menegak:**

- (c) Hitung  $S_{140}$  suatu jangjang aritmetik yang mempunyai 140 sebutan dengan sebutan pertama dan terakhir masing-masing ialah  $2$  dan  $449$ .
- (d) Hitung nilai  $n$  suatu jangjang aritmetik dengan sebutan pertama  $-15$ , beza sepunya  $-3$  dan hasil tambah  $n$  sebutan pertama  $-1\ 023$ .
- (e) Hitung hasil tambah 200 sebutan selepas 50 sebutan pertama suatu jangjang aritmetik dengan hasil tambah  $n$  sebutan pertama ialah  $S_n = \frac{n}{2} [n + 1]$ .

3. Rajah di sebelah menunjukkan corak yang dilukis pada satah Cartes. Garis terakhir pada satah itu adalah selari dengan paksi-y dan melalui  $x = -10$ . Cari hasil tambah bagi panjang keseluruhan corak itu.



4. Rajah di sebelah menunjukkan pagar yang diperbuat daripada kepingan kayu. Pagar itu dicat dengan warna biru dan kelabu secara berselang-seli seperti ditunjukkan dalam rajah. Bilangan kepingan kayu yang berwarna sama bertambah dengan kadar yang ditunjukkan seperti dalam rajah. Jika terdapat hanya 200 kepingan kayu,



- (a) cari bilangan kepingan kayu berwarna sama dan lengkap yang dapat dibentuk. Seterusnya, cari bilangan kepingan kayu yang tinggal, jika ada.
- (b) nyatakan warna kayu terakhir dan seterusnya, hitung bilangan kepingan kayu bagi warna itu yang digunakan.



### Contoh 9

#### APLIKASI MATEMATIK

Encik Suhaimi, seorang penternak ayam mempunyai 1 500 ekor ayam. Dia bercadang untuk menjual 200 ekor ayam setiap hari. Dia memberi makanan kepada semua ayam itu dengan perbelanjaan makanan bagi seekor ayam ialah RM0.50 sehari. Hitung jumlah kos perbelanjaan makanan ayam yang diperuntukkan oleh Encik Suhaimi bermula daripada 1 500 ekor ayam yang ada hingga 300 ekor ayam yang tinggal.



## Penyelesaian

### 1. Memahami masalah

- ◆ Cari jumlah kos perbelanjaan makanan ayam hingga terdapat 300 ekor ayam yang tinggal.



### 2. Merancang strategi

- ◆ Bentukkan jujukan janjang aritmetik dengan sebutan pertama,  $a$  dan beza sepunya,  $d$  hingga sebutan terakhir, 300.
- ◆ Tentukan bilangan hari Encik Suhaimi menjual ayam hingga terdapat 300 ekor ayam yang tinggal menggunakan rumus  $T_n = a + (n - 1)d$ .
- ◆ Tentukan jumlah kos perbelanjaan makanan ayam hingga terdapat 300 ekor ayam yang tinggal menggunakan rumus  $S_n = \frac{n}{2} [2a + (n - 1)d]$ .

### 3. Melaksanakan strategi

Janjang aritmetik:

1 500, 1 300, 1 100, ..., 300

Sebutan pertama = 1 500

Beza sepunya = -200

$$T_n = a + (n - 1)d$$

$$300 = 1\,500 + (n - 1)(-200)$$

$$300 = 1\,700 - 200n$$

$$200n = 1\,400$$

$$n = 7$$

Pada hari ke-7, bilangan ayam yang tinggal ialah 300 ekor.

$$\begin{aligned} S_7 &= \frac{7}{2} [2(1\,500) + (7 - 1)(-200)] \\ &= 6\,300 \end{aligned}$$

Jumlah kos perbelanjaan makanan

$$= 6\,300 \times \text{RM}0.50$$

$$= \text{RM}3\,150$$

### 4. Membuat refleksi

$$\begin{aligned} n = 7, T_7 &= 1\,500 + (7 - 1)(-200) \\ &= 300 \end{aligned}$$



### Latih Diri 5.4

1. Encik Tong memesan 1 000 buah buku teks Matematik Tingkatan 4 untuk dijual di kedai buku miliknya. Dia menjangkakan sebanyak 10 buah buku akan terjual pada hari pertama, 14 buah buku pada hari kedua, 18 buah buku pada hari ketiga dan hari-hari seterusnya dengan kadar yang sama.
  - (a) Hitung bilangan hari yang diperlukan untuk Encik Tong menjual kesemua buku itu.
  - (b) Hitung kadar peningkatan buku yang perlu dijual setiap hari supaya kesemua buku habis dijual dalam masa 10 hari.
2. Seutas dawai yang panjangnya 240 cm dipotong kepada 15 bahagian dengan panjang setiap bahagian mengikut jajang aritmetik. Bahagian terpanjang bagi dawai itu ialah 30 cm.
  - (a) Hitung panjang dawai dengan bahagian terpendek.
  - (b) Cari beza panjang antara dua bahagian dawai yang berturutan.

## Latihan Intensif 5.1

Imbas kod QR atau layari [bit.ly/2CUaOdW](https://bit.ly/2CUaOdW) untuk kuiz



1. Tentukan sama ada jujukan yang berikut adalah janjang aritmetik atau bukan dan beri justifikasi jawapan anda.  
(a)  $-32, -17, -2, 13$  (b)  $8.2, 5.7, 3.2, 1.7, -0.8$
2. Bagi setiap janjang aritmetik yang berikut, cari sebutan ke- $n$  seperti yang dinyatakan dalam kurungan.  
(a)  $-12, -9, -6, \dots$  [sebutan ke-9] (b)  $\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, -1, \dots$  [sebutan ke-15]
3. Tentukan bilangan sebutan bagi setiap janjang aritmetik yang berikut.  
(a)  $-0.12, 0.07, 0.26, \dots, 1.97$  (b)  $x, 3x + y, 5x + 2y, \dots, 27x + 13y$
4. Cari hasil tambah bagi janjang aritmetik  $-23, -17, -11, \dots$  yang mengandungi  
(a) 17 sebutan, (b)  $2n$  sebutan, dalam sebutan  $n$ ,  
(c) sebutan terakhir 121.

5. Diberi  $S_n = 2n^2 - 5n$ , cari
- (a) sebutan pertama,
  - (b) sebutan ke-9,
  - (c) hasil tambah dari sebutan ke-4 hingga sebutan ke-8.
6. Sebutan kedua suatu jangjang aritmetik ialah  $\frac{1}{2}$  dan hasil tambah 14 sebutan yang pertama ialah  $-70$ . Cari
- (a) beza sepunya,
  - (b) sebutan terakhir.
7. Yui Ming mendapat tawaran pekerjaan di dua buah syarikat dengan tawaran gaji seperti berikut.

Syarikat A: Gaji bulanan RM3 500 dan kenaikan gaji sebanyak RM20 setiap bulan.

Syarikat B: Gaji tahunan RM46 000 dan kenaikan gaji sebanyak RM1 000 setiap tahun.

Yui Ming bercadang ingin bekerja selama 3 tahun. Syarikat yang manakah lebih sesuai untuk Yui Ming supaya dia mendapat jumlah gaji maksimum dalam masa 3 tahun itu? Tunjukkan jalan pengiraan anda dan hitung beza antara lebihan jumlah gaji antara kedua-dua syarikat itu.



# JANJANG GEOMETRI

# JANJANG GEOMETRI.

Janjang geometri ialah suatu jujukan nombor dengan setiap sebutan diperoleh dengan mendarabkan suatu pemalar dengan sebutan sebelumnya.

Katakan  $T_1, T_2, T_3, \dots, T_n$  ialah  $n$  sebutan pertama bagi suatu janjang geometri. Nisbah bagi dua sebutan berturutan dikenali sebagai nisbah sepunya,  $r$ .

$$r = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_2} = \dots = \frac{T_n}{T_{n-1}}$$

$$r \neq \frac{T_1}{T_2} \neq \frac{T_2}{T_3} \neq \dots \neq \frac{T_{n-1}}{T_n}$$

### Contoh 10

Tentukan sama ada jujukan berikut ialah suatu jangjang geometri atau bukan. Beri justifikasi anda.

(a) 5, 15, 45, 135, ...

(b) 0.1, 0.2, 0.3, ...

### Penyelesaian

$$(a) r_1 = \frac{15}{5} = 3, r_2 = \frac{45}{15} = 3, r_3 = \frac{135}{45} = 3$$

Jujukan ini ialah jangjang geometri kerana nisbah sepunya,  $r$  adalah sama.

$$(b) r = \frac{0.2}{0.1} = 2, r = \frac{0.3}{0.2} = \frac{3}{2}$$

Jujukan ini bukan jangjang geometri kerana nisbah sepunya,  $r$  tidak sama.



### Latih Diri 5.5

1. Tentukan sama ada jujukan yang berikut ialah jangjang geometri atau bukan. Beri justifikasi bagi jawapan anda.

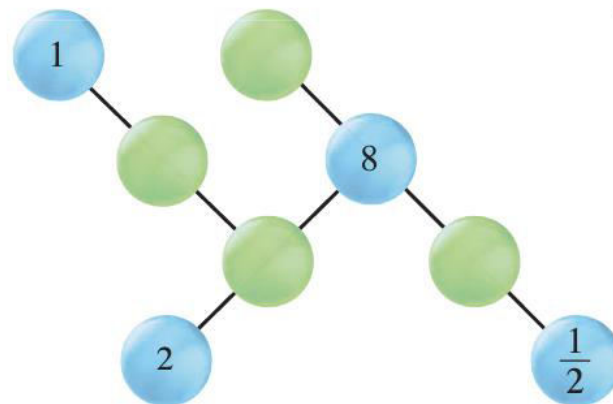
(a)  $120, 40, \frac{40}{3}, \dots$

(b)  $0.03, 0.003, 0.0003, \dots$

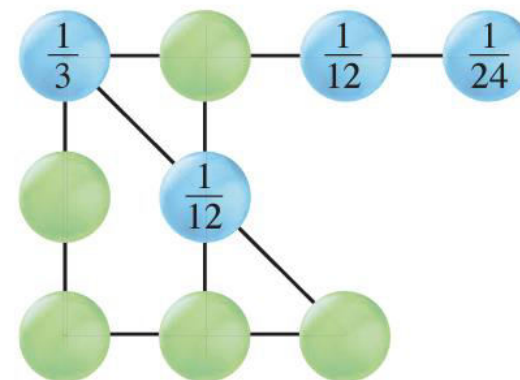
(c)  $x + 1, 2x, 5x + 12, 12x, \dots$

2. Lengkapkan jaringang nombor yang berikut, diberi hubungan bagi setiap jaringang ialah sebutan berturutan dalam jangjang geometri.

(a)



(b)



3. Diberi  $x - 2, x + 1, 4x + 4$  ialah tiga sebutan berturutan dalam suatu jangjang geometri, nyatakan nilai  $x$  yang positif. Seterusnya, senaraikan tiga sebutan yang pertama itu dan nyatakan nisbah sepunya.



MENERBITKAN RUMUS SEBUTAN KE-N,  
TN BAGI JANJANG GEOMETRI

$$T_n = ar^{n-1}$$

### Contoh 11

- (a) Cari nisbah sepunya dan sebutan ke-5 bagi jangjang geometri  $4, -20, 100, -500, \dots$
- (b) Cari nisbah sepunya dan sebutan ke-7 bagi jangjang geometri  $2, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{27}, \dots$

### Penyelesaian

(a) Sebutan pertama,  $a = 4$

$$\text{Nisbah sepunya, } r = \frac{-20}{4} = -5$$

$$\begin{aligned} T_5 &= 4(-5)^{5-1} \\ &= 2\,500 \end{aligned}$$

(b) Sebutan pertama,  $a = 2$

$$\text{Nisbah sepunya, } r = \frac{2}{3} \div 2 = \frac{1}{3}$$

$$\begin{aligned} T_7 &= 2\left(\frac{1}{3}\right)^{7-1} \\ &= \frac{2}{729} \end{aligned}$$

### Contoh 12

Cari bilangan sebutan dalam jajang geometri  $-\frac{25}{3}, \frac{5}{3}, -\frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{9\ 375}$ .

### Penyelesaian

Sebutan pertama,  $a = -\frac{25}{3}$ , nisbah sepunya  $r = \frac{5}{3} \div \left(-\frac{25}{3}\right) = -\frac{1}{5}$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$\frac{1}{9\ 375} = \left(-\frac{25}{3}\right) \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

$$-\frac{1}{78\ 125} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

$$\left(-\frac{1}{5}\right)^7 = \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

$$7 = n - 1$$

$$n = 8$$

Maka, bilangan sebutan ialah  $n = 8$ .

### Contoh 13

Sebuah stadium terbuka mempunyai 20 buah kerusi pada baris pertama. Bilangan kerusi pada baris berikutnya adalah satu setengah kali bilangan kerusi pada baris sebelumnya.

- (a) Hitung bilangan maksimum kerusi yang terdapat pada baris ke-10.
- (b) Baris yang manakah mempunyai sekurang-kurangnya 505 buah kerusi?



## Penyelesaian

(a) Sebutan pertama,  $a = 20$

Nisbah sepunya,  $r = 1.5$

Jujukan dalam janjang geometri:

20, 30, 45, ...

$$\begin{aligned}T_{10} &= 20(1.5)^9 \\ &= 768.9\end{aligned}$$

Maka, bilangan maksimum kerusi yang terdapat pada baris ke-10 ialah 768.

$$(b) \quad 20(1.5)^{n-1} \geq 505$$

$$(1.5)^{n-1} \geq \frac{505}{20}$$

$$(n-1) \log 1.5 \geq \log \frac{505}{20}$$

$$n-1 \geq \frac{\log \frac{505}{20}}{\log 1.5}$$

$$n \geq 7.96 + 1$$

$$n \geq 8.96$$

Maka, baris ke-9 mempunyai sekurang-kurangnya 505 buah kerusi.



2. Rajah di sebelah menunjukkan sebiji bola yang dilantunkan ke lantai. Ketinggian lantunan bola yang paling besar ialah 3 m dan ketinggian setiap lantunan ialah sebanyak 95% daripada lantunan sebelumnya. Pada lantunan ke berapakah kali pertama ketinggiannya kurang daripada 1 m?



MENERBITKAN  
RUMUS HASIL  
TAMBAH N  
SEBUTAN PERTAMA,  
SN BAGI JANJANG  
GEOMETRI

$$T_n = S_n - S_{n-1}$$

### Contoh 14

Diberi suatu siri geometri  $1 + 5 + 25 + 125 + 625 + \dots$

- (a) Cari hasil tambah 10 sebutan pertama.
- (b) Cari nilai  $n$  dengan keadaan  $S_n = 3\,906$ .

### Penyelesaian

(a) Sebutan pertama,  $a = 1$

Nisbah sepunya,  $r = 5$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Guna rumus ini} \\ \text{kerana } |r| > 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{1(5^{10} - 1)}{5 - 1} \\ &= 2\,441\,406 \end{aligned}$$

(b)  $S_n = 3\,906$

$$\frac{1(5^n - 1)}{5 - 1} = 3\,906$$

$$5^n - 1 = 15\,624$$

$$5^n = 15\,625$$

$$n \log 5 = \log 15\,625$$

$$n = \frac{\log 15\,625}{\log 5}$$

$$= 6$$

### Contoh 14

Diberi suatu siri geometri  $1 + 5 + 25 + 125 + 625 + \dots$

- (a) Cari hasil tambah 10 sebutan pertama.
- (b) Cari nilai  $n$  dengan keadaan  $S_n = 3\,906$ .

### Penyelesaian

(a) Sebutan pertama,  $a = 1$

Nisbah sepunya,  $r = 5$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \leftarrow \begin{array}{l} \text{Guna rumus ini} \\ \text{kerana } |r| > 1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{1(5^{10} - 1)}{5 - 1} \\ &= 2\,441\,406 \end{aligned}$$

(b)  $S_n = 3\,906$

$$\frac{1(5^n - 1)}{5 - 1} = 3\,906$$

$$5^n - 1 = 15\,624$$

$$5^n = 15\,625$$

$$n \log 5 = \log 15\,625$$

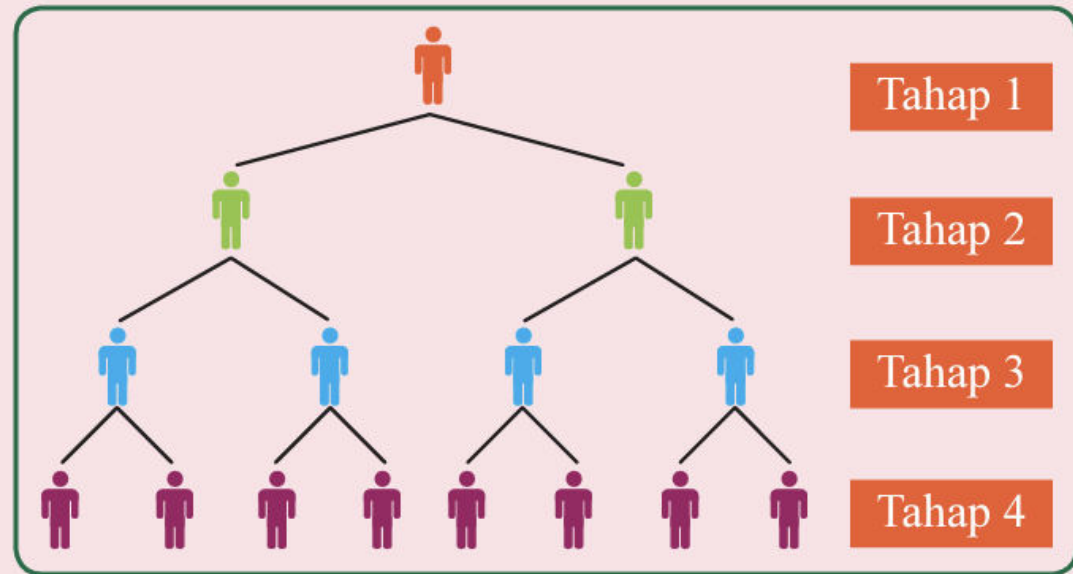
$$n = \frac{\log 15\,625}{\log 5}$$

$$= 6$$

### Contoh 15

Sebuah syarikat produk kesihatan telah merancang satu strategi pemasaran. Setiap ahli perlu mempromosikan produk keluaran syarikat dengan mendapatkan dua orang ahli di bawahnya.

- (a) Tunjukkan bahawa bilangan ahli bagi setiap tahap adalah suatu janjang geometri.
- (b) Jika terdapat 9 tahap dalam suatu strategi pemasaran, cari jumlah ahli yang terlibat dalam mempromosikan produk itu.



## Penyelesaian

(a) Bilangan ahli bagi setiap tahap boleh ditulis sebagai 1, 2, 4, 8, ...

$$r = \frac{2}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

Oleh sebab  $r = 2$ , maka bilangan ahli bagi setiap tahap adalah suatu jangjang geometri.

(b) Apabila  $n = 9$ ,  $S_9 = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + T_9$

$$\text{Gunakan } S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$\begin{aligned} S_9 &= \frac{1(2^9 - 1)}{2 - 1} \\ &= 511 \end{aligned}$$

Jumlah ahli yang terlibat dalam mempromosikan produk ialah 511 orang.



Dengan menggunakan

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} \text{ dan}$$

$$S_{n-1} = \frac{a(r^{n-1} - 1)}{r - 1}, \text{ buktikan}$$

$$T_n = ar^{n-1}.$$

## Latih Diri 5.7

1. Cari hasil tambah bagi setiap yang berikut.
  - (a)  $0.02, 0.04, 0.08, \dots, T_{12}$
  - (b)  $p, p^3, p^5, \dots, p^{21}$ , dalam sebutan  $p$
  - (c)  $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{9}{2}, \dots$  ke 15 sebutan yang pertama
2. Cari bilangan sebutan jika hasil tambah jangjang geometri  $3\ 500, 700, 140, \dots$  ialah  $4\ 368$ .
3. Sekeping kertas berbentuk segi empat sama dipotong kepada 4 bahagian segi empat sama yang sama besar. Setiap bahagian itu dipotong lagi kepada 4 bahagian kecil segi empat sama yang sama besar. Proses ini diulang bagi setiap bahagian kecil segi empat sama itu.
  - (a) Tunjukkan bahawa bilangan segi empat sama yang dipotong membentuk suatu jangjang geometri.
  - (b) Cari jumlah segi empat sama yang diperolehi jika proses itu diulang sebanyak 6 kali.

MENENTUKAN HASIL TAMBAH  
KETAKTERHINGGAAN BAGI JANJANG GEOMETRI

$$S_{\infty} = \frac{a}{1 - r}, \text{ dengan } |r| < 1$$

### Contoh 16

Cari hasil tambah ketakterhinggaan bagi janjang geometri  
45, 9, 1.8, ...

### Penyelesaian

$$a = 45, r = \frac{9}{45} = \frac{1}{5}$$

$$\begin{aligned} S_{\infty} &= \frac{45}{1 - \frac{1}{5}} \\ &= 56\frac{1}{4} \end{aligned}$$



### Contoh 17

Hasil tambah ketakterhinggaan bagi suatu jangjang geometri ialah  $31\frac{1}{2}$  dan hasil tambah dua sebutan yang pertama ialah 28. Cari nisbah sepunya.



### Penyelesaian

$$S_{\infty} = 31\frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{1-r} = \frac{63}{2}$$

$$a = \frac{63}{2}(1-r) \quad \dots \textcircled{1}$$

$$a + ar = 28$$

$$a(1+r) = 28 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} \div \textcircled{1}, \quad \frac{a(1+r)}{a} = \frac{28}{\frac{63}{2}(1-r)}$$

$$(1+r)(1-r) = \frac{8}{9}$$

$$1-r^2 = \frac{8}{9}$$

$$r^2 = \frac{1}{9}$$

$$r = \frac{1}{3} \quad \text{atau} \quad r = -\frac{1}{3}$$

### Contoh 18

Ungkapkan perpuluhan berulang  $0.56363\dots$  dalam bentuk hasil tambah ketak terhinggaan bagi suatu jangjang geometri. Seterusnya, ungkapkan nombor itu dalam pecahan termudah.

### Penyelesaian

$$\begin{aligned}0.56363\dots &= 0.5 + 0.063 + 0.00063 + 0.0000063 + \dots \\ &= 0.5 + (0.063 + 0.00063 + 0.0000063 + \dots) \\ &= 0.5 + S_{\infty} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{0.063}{1 - 0.01} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{7}{110} \\ &= \frac{31}{55}\end{aligned}$$



## Latih Diri 5.8

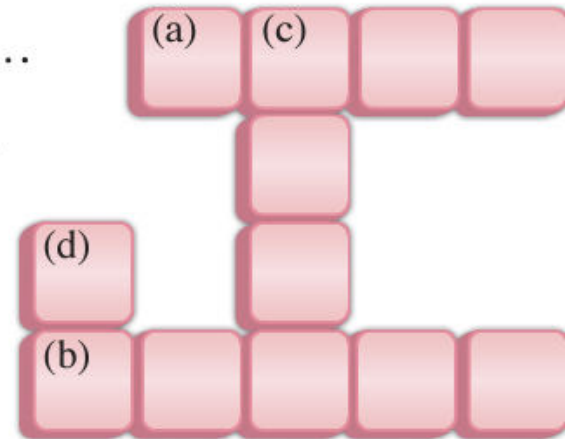
1. Lengkapi teka silang kata berikut.

### Melintang:

- (a) Cari hasil tambah ketakterhinggaan bagi  $1\ 500, 500, 166\frac{2}{3}, \dots$
- (b) Wilson membuat pinjaman sebanyak RM15 000 untuk membeli sebuah motosikal. Setiap tahun, dia berjaya mengurangkan jumlah pinjamannya sebanyak 50%. Cari jumlah pembayaran maksimum Wilson untuk pinjaman itu.

### Menegak:

- (c) Diberi hasil tambah ketakterhinggaan ialah 4 480 dan nisbah sepunya ialah  $\frac{1}{2}$ , cari sebutan pertama jajang geometri ini.
- (d)  $4.818181\dots$  boleh ditulis dalam bentuk  $\frac{h}{11}$ , cari nilai  $h$ .



### Contoh 19

Sebuah syarikat telekomunikasi berjaya menjual sebanyak 0.5 juta buah telefon pintar pada tahun 2015. Setiap tahun, jualan telefon pintar syarikat tersebut meningkat sebanyak 4%.

- (a) Cari jumlah telefon pintar yang dijual dari tahun 2015 hingga tahun 2020.
- (b) Jika 33% daripada telefon pintar yang dijual dari tahun 2017 hingga tahun 2020 bersaiz 5 inci dan 14% bersaiz 6 inci, hitung jumlah telefon pintar yang bersaiz 5 inci dan 6 inci.



## Penyelesaian

(a) Janjang geometri (dalam juta):  $0.5, 0.5(1.04), 0.5(1.04)^2, \dots$

$$a = 0.5 \text{ juta}, r = 1.04$$

$$S_6 = \frac{0.5(1.04^6 - 1)}{1.04 - 1}$$
$$= 3.316 \text{ juta}$$

(b) Jumlah telefon pintar dari tahun 2017 hingga tahun 2020:

$$S_6 - S_2 = \frac{0.5(1.04^6 - 1)}{1.04 - 1} - \frac{0.5(1.04^2 - 1)}{1.04 - 1}$$
$$= 3.316 \text{ juta} - 1.02 \text{ juta}$$
$$= 2.296 \text{ juta}$$

Bilangan telefon pintar bersaiz 5 inci:

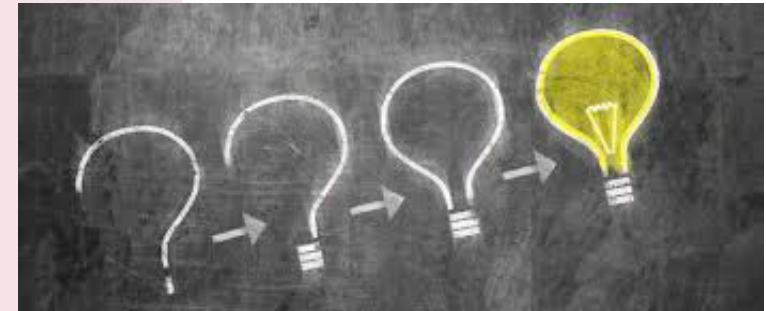
$$\frac{33}{100} \times 2.296 \text{ juta} = 0.758 \text{ juta}$$

Bilangan telefon pintar bersaiz 6 inci:

$$\frac{14}{100} \times 2.296 \text{ juta} = 0.321 \text{ juta}$$

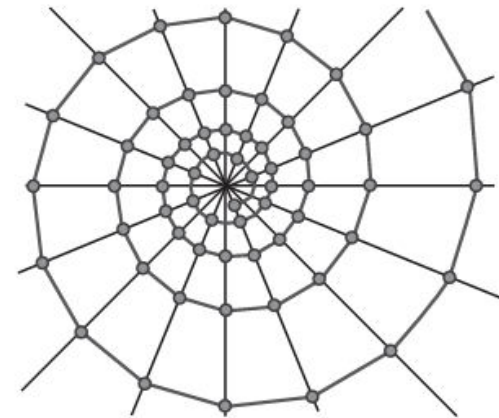
$$\text{Jumlah telefon pintar} = 0.758 \text{ juta} + 0.321 \text{ juta}$$
$$= 1.079 \text{ juta}$$

Maka, jumlah telefon pintar bersaiz 5 inci dan 6 inci yang dijual ialah 1.079 juta.



### Latih Diri 5.9

1. Seutas dawai dipotong kepada beberapa bahagian dengan  $10x$  cm,  $(4x + 20)$  cm dan  $(3x - 10)$  cm ialah tiga bahagian yang berturutan bagi suatu jangjang geometri.
  - (a) Cari bahagian terpanjang jika  $10x$  ialah sebutan kedua terpanjang.
  - (b) Jika dawai itu dipotong kepada bilangan bahagian yang tak terhingga, cari panjang maksimum dawai, dalam m.
2. Rajah di sebelah menunjukkan corak berbentuk sarang labah-labah. Lilitan bagi setiap semibulatan adalah mengikut jangjang geometri dengan jejari semibulatan terkecil ialah  $j$  cm dan setiap jejari berikutnya bertambah sebanyak 40%.
  - (a) Bentukkan tiga sebutan pertama bagi lilitan semibulatan itu dalam sebutan  $j$ .
  - (b) Cari jumlah panjang lilitan, dalam m, bagi corak sarang labah-labah itu yang mempunyai 15 semibulatan dan jejari 2 cm.



## Latihan Intensif 5.2

Imbas kod QR atau layari [bit.ly/2RBo9zI](https://bit.ly/2RBo9zI) untuk kuiz



1. Hitung bilangan sebutan dan hasil tambah bagi setiap jangjang geometri yang berikut.
  - (a)  $-1, 3, -9, \dots, 2187$
  - (b)  $\log x^{-1}, \log x^{-2}, \log x^{-4}, \dots, \log x^{-64}$
  - (c)  $0.54, 0.0054, 0.000054, \dots, 5.4 \times 10^{-17}$
  - (d)  $3, \frac{3}{2}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{3}{64}$
2. Diberi jangjang geometri  $4.5, -9, 18, \dots$ . Cari bilangan sebutan bagi jangjang geometri ini supaya hasil tambahnya ialah  $769.5$ .
3. Tiga sebutan berturutan bagi suatu jangjang geometri ialah  $x, 2x + 3$  dan  $10x - 3$ . Cari
  - (a) semua nilai yang mungkin bagi  $x$ ,
  - (b) sebutan keenam jika  $x < 0$ .

4. Rajah menunjukkan beberapa segi tiga. Didapati luas segi tiga itu mengikut jangjang geometri dengan luas segi tiga ketiga ialah  $36 \text{ cm}^2$  dan hasil tambah luas segi tiga ketiga dan keempat ialah  $54 \text{ cm}^2$ . Cari
- (a) nisbah sepunya dan luas segi tiga pertama,
  - (b) hasil tambah luas segi tiga ketiga hingga segi tiga kesepuluh.



5. Rajah menunjukkan beberapa bulatan sepusat. Lilitan bagi setiap bulatan sepusat berturutan itu mengikut jangjang geometri. Diberi lilitan ke- $n$  ialah  $T_n = 3^{8-n} \text{ cm}$ , cari
- (a) nisbah sepunya,
  - (b) hasil tambah tiga lilitan berturutan selepas lilitan kedua terbesar.



6. Terdapat tiga orang kanak-kanak dengan jisim mereka disusun secara menurun mengikut jangjang geometri. Hasil tambah jisim ketiga-tiga mereka adalah tujuh kali jisim kanak-kanak yang paling ringan. Cari nisbah sepunya dan jisim kanak-kanak kedua terbesar jika jisim kanak-kanak yang paling besar ialah  $14.5 \text{ kg}$ .

A photograph of a chessboard with various pieces scattered across it. The board has a dark and light square pattern. A white rectangular box with a black border is centered over the board, containing the word "TAMAT" in black, uppercase, sans-serif font. The background is a plain, light-colored surface.

TAMAT